|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Место занятия в расписании** | **Тема** | **Цели** | **Задачи** | **Контрольные вопросы и задания** | **Д/з** |
| Дата | 18.02.22 | **Отношения и их свойства.** | Дидактическая | Определить бинарные отношения, рассмотреть свойства отношений, начать формирование умений и навыков работы с множествами. | 1) Ознакомить студентов с бинарными отношениями.2) Рассмотреть свойства отношений.3) Начать формирование навыков работы с множествами. | Контрольные вопросы и задания занятия | Изучить и записать конспект лекции,решить задание: для множеств  A = {-1, 5, 7, 8} и B = {1, 2} найдите A × А, B × В.  |
| Дисциплина  | ЕН.01Математика |
| Преподаватель | Брагина Е.А. |
| Группа | 1СТМ | Развивающая | Развивать логическое мышление и память. |
| Пара | II | Воспитательная | Воспитывать любознательность и самостоятельность. |
| № занят. | 10 |

Подтвердите своё присутствие на занятии. Составьте конспект в соответствии с требованиями при помощи опорного конспекта занятия и учебника Элементы высшей математики/ Г.В.Григорьев и др. - М.: ИЦ Академия, 2014 г. - 320 с. (ссылка на электронный учебник: https://cloud.mail.ru/public/buNn/ijFYgVJ6h). Фото конспекта отправьте на почту **elenabragina7@gmail.com** до 18.02.22 включительно. Работа должна быть выполнена в рамках рабочего времени, отведенного на занятие по математике. **Чтобы все формулы и символы открывались, необходимо файл скачать на рабочий стол.**

**18.02**

**Отношения и их свойства.**

**1) Мотивация изучения нового материала (ознакомиться).**

Сегодня мы продолжим изучать теорию множеств и рассмотрим понятие отношения, а именно, бинарного отношения.

Отноше́ния — [математическая структура](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D1%82%D1%80%D1%83%D0%BA%D1%82%D1%83%D1%80%D0%B0), которая формально определяет свойства различных [объектов](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D0%BE%D0%B1%D1%8A%D0%B5%D0%BA%D1%82) и их взаимосвязи. Распространёнными примерами отношений в математике являются [равенство (=)](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D0%BD%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%BE_%28%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0%29), [делимость](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B5%D0%BB%D0%B8%D0%BC%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C), [подобие](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D0%B4%D0%BE%D0%B1%D0%B8%D0%B5), [параллельность](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B0%D1%80%D0%B0%D0%BB%D0%BB%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C) и многие другие.

Важную роль отношения играют в [универсальной алгебре](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A3%D0%BD%D0%B8%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%81%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%B0%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%B0), где базовый объект изучения раздела — множество с произвольным набором операций и отношений. Одно из самых ярких применений техники математических отношений в [приложениях](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%B8%D0%BA%D0%BB%D0%B0%D0%B4%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0) — [реляционные системы управления базами данных](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%B5%D0%BB%D1%8F%D1%86%D0%B8%D0%BE%D0%BD%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%A1%D0%A3%D0%91%D0%94), методологически основанные на [формальной алгебре отношений](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%B5%D0%BB%D1%8F%D1%86%D0%B8%D0%BE%D0%BD%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%B0%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%B0).

**2) Закрепление теоретических знаний об операциях над множествами. Устный опрос (ответить и записать в конспект).**

**Вопросы:**

1) Какие основные операции над множествами можно выполнять? Перечислите их.

2) Как обозначаются операции объединения, пересечения, разности, дополнения?

3) Что получаем в результате выполнения операций над множествами?

4) Как наглядно можно показать операции над множествами?

5) Как найти объединение двух множеств?

6) Как найти пересечение двух множеств?

7) Как найти разность двух множеств?

8) Добавьте недостающее множество в выполненных операциях (множество А конечное и непустое):

А ∪ ? = А,

А / ? = А,

? / А = $∅$

**А / ? =**  $∅$**,**

**А** ∩ **? =** $∅$

**3) Закрепление и дополнение практических умений и навыков выполнения операций над множествами (рассмотрите пример, выполните аналогичное задание самостоятельно и запишите его в конспект).**

**Пример 1. Выполните операции объединения, пересечения, разности, симметричной разности и дополнения A ∪ B, A ∩ B, A \ B, B \ A, A∆В,** $\overline{А}$ **до В,** $\overline{В}$ **до А, если A = {-2, 0} и B = {-4, -2, 0, 1, 5}.**

**Решение:**

A = {-2, 0} и B = {-4, -2, 0, 1, 5}

A ∪ B = (записываем все элементы двух множеств в порядке возрастания, элементы, принадлежащие обеим множествам, записываем один раз) = {-4, -2, 0, 1, 5}

A ∩ B = (найдем общие элементы и запишем их) = {-2, 0}

A \ B = (из множества А уберём элементы, которые есть и у множества В, т.е все) = $∅$

B \ A = (из множества В уберём элементы, которые есть и у множества А) = {-4, 1, 5}

A∆В = (перечислим элементы двух множеств, кроме общих) = {-4, 1, 5}

Прежде, чем найти дополнение двух множеств, давайте определим эту операцию (на прошлом занятии мы её не определили, так как она выполняется не всегда) и рассмотрим условие для её выполнения.

Дополнением множества А до множества В называется множество $\overline{А}$, состоящее из элементов множества В, не входящих во множество А.

Это действие возможно только в том случае, если множество А является подмножеством множества В, т.е А⊂В.



Если нет, то такая операция невозможна.

$\overline{А}$ до В = (найти можно, так как А⊂В, запишем элементы множества В, которых нет во множестве А, т.е. дополним А до В) = {-4, 1, 5}

$\overline{В}$ **до А -** выполнить невозможно, так как множество В не является подмножеством множества А (оно мощнее).

**Итак, основные операции над множествами: объединение, пересечение, разность, симметричная разность и дополнение (при определенных условиях).**

**Пример 2. Решить самостоятельно.**

**Выполните операции объединения, пересечения, разности, симметричной разности и дополнения A ∪ B, A ∩ B, A \ B, B \ A, A∆В,** $\overline{А}$ **до В,** $\overline{В}$ **до А, если A = {1, 2} и B = {1, 2, 3}.**

**3) Изучение нового материала. Отношения (изучить и записать в конспект).**

На прошлом занятии мы определили декартово произведение двух множеств А и В.

**Декартово произведение множеств A и B обозначается A × B** и состоит из всех упорядоченных пар (x, y) таких, что x ∈ A и y ∈ B. Иначе говоря, A × B = {(x, y) : x ∈ A, y ∈ B}.

А теперь можем определить отношения, а именно, бинарное отношение.

Любое подмножество декартова квадрата A × A называется отношением или предикатом (точнее, бинарным отношением или двуместным предикатом) на множестве А.

Можно также сказать, что бинарным отношением на множестве называется множество упорядоченных пар элементов исходного множества.

Бинарное отношение будем обозначать R. Если два элемента х и у множества А связаны отношением R, то будем писать х Rу (х и у связаны отношением R).

Так, для множества элементов V = {a, b, c}, бинарным отношением R на данном множестве V будет произвольное подмножество множества всех упорядоченных пар декартова произведения V × V = {(a, a), (a, b), (a, c), (b, a), (b, b), (b, c), (c, a), (c, b), (c, c)}.

Отношение R = {(a, b), (b, c), (a, c)} является допустимым бинарным отношением на V.

Предположим, что R = {(a, b), (b, c), (c, d)}. Такое R не является допустимым отношением на V, поскольку пара (c, d) не принадлежит декартову произведению V × V.

Заметим, что порядок указания элементов, входящих во множество, не важен. Множество V может быть задано как {a, b, c} или как {b, a, c} и так далее.

Однако порядок в упорядоченных парах, например в (a, b) бинарного отношения, важен; таким образом (a, b) ≠ (b, a).

В качестве более реального примера бинарного отношения рассмотрим множество F членов семьи: {Ицик, Микки, Инна, Мила, Габи}. Микки — брат-близнец Ицика, Инна — его старшая сестра, Мила — мама, а Габи — отец. Примером отношения R на множестве F будет: «является братом». Элементы этого отношения суть {(Ицик, Микки), (Микки, Ицик), (Ицик, Инна), (Микки, Инна)}. Отмечаем, что упорядоченная пара (Ицик, Инна) появляется в R, а пара (Инна, Ицик) — нет. Хотя Ицик — брат Инны, она ему братом не приходится.

Рассмотрим как составляются бинарные отношения для числового множества.

**Пример 3. Составьте все упорядоченные пары декартова произведения** A × A , если **А = {0, 2, 3}.**

**Решение:**

**А = {0, 2, 3}**

A × A = {(0,0), (0,2), (0,3), (2,0), (2,2), (2,3), (3,0), (3,2), (3,3)}.

**Пример 4. Составьте все упорядоченные пары декартова произведения ВхВ, если В = {1, 4, 5, 7}. Решить самостоятельно.**

**4)** **Изучение нового материала. Свойства отношений (изучить и записать в конспект).**

Рассмотрим свойства отношения.

**Рефлексивность.** Отношение R на множестве V является рефлексивным, если для любого элемента v из множества V следует, что (v, v) ∈ R, то есть пара (v, v) всегда принадлежит R. А отношение R на V не рефлексивно, если найдется такой элемент v ∈ V, что пара (v, v) ∉ R. Вновь рассмотрим пример множества F — членов моей семьи.

Отношение «иметь одинаковый возраст с» на F, очевидным образом, рефлексивно. Элементами отношения будут следующие пары: {(Ицик, Ицик), (Ицик, Микки), (Микки, Микки), (Микки, Ицик), (Инна, Инна), (Мила, Мила), (Габи, Габи)}.

**Иррефлексивнось.** Отношение R на множестве V называется иррефлексивным (не путать с нерефлексивностью), если для каждого элемента v ∈ V следует, что (v, v) ∉ R. Отношение не иррефлексивно, если найдется элемент v ∈ V, для которого (v, v) ∈ R. Примером иррефлексивного отношения на множестве F членов моей семьи служит отношение «быть родителем», так как никакой человек не может быть родителем самому себе. Членами этого отношения на F будут следующие пары: {(Мила, Ицик), (Мила, Микки), (Мила, Инна), (Габи, Ицик), (Габи, Микки), (Габи, Инна)}.

**Симметричность.** Отношение R на множестве V называется симметричным, если вместе с (r1, r2) ∈ R всегда выполняется и (r2, r1) ∈ R. Отношение не симметрично, если найдется некоторая пара (r1, r2) ∈ R, для которой (r2, r1) ∉ R. На множестве F членов семьи отношение «является братом или сестрой (is a sibling of)» будет примером симметричного отношения. Парами этого отношения будут следующие наборы: {(Ицик, Микки), (Ицик, Инна), (Микки, Ицик), (Микки, Инна), (Инна, Ицик), (Инна, Микки)}.

**Асимметричность.** Отношение R на множестве V асимметрично (не следует путать это свойство с несимметричностью), если для каждого набора (r1, r2) ∈ R, в котором r1 ≠ r2, справедливо, что (r2, r1) ∉ R. Примером асимметричного отношения на множестве F членов семьи автора будет отношение «являться родителем», которое было описано выше.

**Транзитивность.** Отношение R на множестве V является транзитивным, если из включений (a, b) ∈ R и (b, c) ∈ R, всегда вытекает, что и (a, c) ∈ R. Примером транзитивного отношения на множестве членов семьи F будет отношение «является братом или сестрой», которое было рассмотрено выше.

**Отношение эквивалентности.** Отно­ше­нием эквивалентности является такое отношение, которое одновременно обладает свойствами рефлексивности, симметричности и транзитивности.

**5) Домашнее задание.**

**Изучить и записать конспект лекции, решить задание:**

 **для множеств A = {-1, 5, 7, 8} и B = {1, 2} найдите A × А, B × В.**